УДК 539.3:539.214+51-72 DOI: 10.37102/0869-7698_2021_218_04_07

О.В. ДУДКО, В.Е. РАГОЗИНА, Ю.Е. ИВАНОВА,
А.А. МАНЦЫБОРА, А.А. ЛАПТЕВА

Нелинейная динамика деформирования в ИАПУ ДВО РАН: итоги пяти лет развития

Кратко изложены научные результаты, полученные в Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН в области нелинейной динамики деформирования твердых тел с 2016 г. по настоящее время. Данные результаты относятся к одному из основных направлений научных исследований ИАПУ ДВО РАН «Проблемы механики, энергетики и процессов управления» и нацелены на развитие моделей и методов современной механики высокоскоростного и ударного деформирования.

Ключевые слова: нелинейная динамика деформирования, нелинейноупругая среда, разномодульные и пористые среды, упругопластическая среда, волны деформаций, нестационарная краевая задача.

Nonlinear dynamics of deformation in the IACP FEB RAS: the five-year results of development. O.V. DUDKO, V.E. RAGOZINA, Yu.E. IVANOVA, A.A. MANTSYBORA, A.A. LAPTEVA (Institute of Automation and Control Processes, FEB RAS, Vladivostok).

The article summarizes the scientific results obtained at the Institute of Automation and Control Processes of the FEB RAS in the field of nonlinear dynamics of solids deforming from 2016 to the present. The results obtained refer to one of the main directions of scientific research of the IAPU FEB RAS "Problems of mechanics, energy and control processes" and are aimed to developing models and methods of modern mechanics of high-speed and shock deformation.

Key words: nonlinear dynamics of deformation, nonlinear elastic medium, heteromodular and porous media, elastic-plastic medium, deformation waves, nonstationary boundary value problem.

Введение

Актуальность изучения особенностей ударноволновых и импульсных процессов в твердых телах обусловлена как общетеоретической значимостью данной математической проблемы, так и потребностями современной технологической практики. Для разработки современных технологий обработки конструкций высокоскоростным ударным воздействием требуется теоретическое описание процессов, происходящих в деформируемом материале при экстремальных нагрузках, что, в свою очередь, приводит к необходимости развития соответствующего математического и вычислительного аппарата. Еще одна не менее важная причина развития данного фундаментального направления механики сплошных сред – необходимость создания систем для предупреждения природных и техногенных катастроф, связанных с быстрыми деформационными процессами в земной коре.

*ДУДКО Ольга Владимировна – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, заведующая лабораторией, РАГОЗИНА Виктория Евгеньевна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, ИВАНОВА Юлия Евгеньевна – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, МАНЦЫБОРА Александр Анатольевич – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, ЛАПТЕВА Анастасия Александровна – кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник (Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток). *E-mail: dudko@iacp.dvo.ru

В настоящее время теоретические и численные подходы к моделированию распространения нелинейных волн деформаций в твердом теле – активно развивающееся направление научных исследований. Процедура решения краевых задач динамического деформирования любой из нелинейных сред имеет свои особенности в силу комбинированного характера возникающих в твердом теле волновых фронтов [10]. Сложность решения краевых задач нелинейной динамики обусловлена тем, что скачки параметров напряженно-деформированного состояния среды на этих движущихся волновых фронтах связываются дополнительными краевыми условиями – динамическими, кинематическими и геометрическими условиями совместности разрывов [1, 3, 23]. Однако основные характеристики волн (их положение в пространстве, скорость, интенсивность) входят в число неизвестных величин задачи и, как следствие, в сами условия совместности разрывов. По этой причине большинство стандартных вычислительных схем здесь оказываются непригодными. Таким образом, построение точных и приближенных решений краевых задач нелинейной динамики деформирования связано с разработкой новых и адаптацией существующих алгоритмических приемов для каждого отдельно взятого случая модельных соотношений и краевых условий. Сами модельные соотношения, призванные описывать сложные механические свойства природных и конструкционных материалов, также зачастую требуют дополнительного анализа и модификации с целью повышения математической точности и расширения области применения моделей.

Исследования ИАПУ ДВО РАН в рамках описанного раздела механики сплошных сред проводятся коллективом лаборатории нелинейной динамики деформирования – авторами данной статьи. Представленные далее результаты получены в 2016–2021 гг. в итоге комплексного анализа динамических процессов ударного деформирования твердых тел в рамках ряда базовых моделей: изотропной нелинейно-упругой среды [14], упругих разномодульных и пористых сред [15, 22], упругопластической среды с мультипликативной градиентной моделью больших упругопластических деформаций [24]. Теоретический анализ сопровождался разработкой новых оригинальных подходов к решению краевых задач ударного деформирования для каждого из перечисленных модельных представлений.

Приближенные аналитические методы решения нестационарных краевых задач динамики деформирования нелинейно-упругой среды

Исследования в данном направлении заключаются в анализе динамики нелинейных волновых процессов в нелинейно-упругой среде, основанном на применении различных вариантов приближенных аналитических методов [16, 20, 21, 26]. Использование таких методов для выбранных модельных соотношений позволило построить новые приближенные решения ряда краевых задач: о косом ударе по границе нелинейно-упругого полупространства; об ударном нагружении границы сферической полости в нелинейно-упругой среде; об ударном нагружении границы круговой цилиндрической полости в несжимаемой нелинейно-упругой среде.

Решения одномерной нестационарной задачи о косом ударе по границе нелинейно-упругого изотропного полупространства [9] и задачи о распространении одномерной расходящейся сферической ударной волны [19] получены методом сращиваемых асимптотических разложений [16, 20, 21]. Для первой задачи показано [9], что переход к эволюционному уравнению квазипоперечных волн основан на серии промежуточных внутренних задач метода малого параметра с совместным изменением всех независимых переменных. Схема решения такой задачи представлена на рис. 1, где U(t) – положение подвижной нагружаемой границы в декартовой пространственной системе координат $\{x_1, x_2, x_3\}$ в момент времени t, **0** – недеформированная среда, **I** – область сжатия за передним фронтом квазипродольной ударной волны $X_1(t)$, Δ – зона действия эволюционного уравнения в окрестности квазипоперечной волны $X_2(t)$, решение которого сращивается

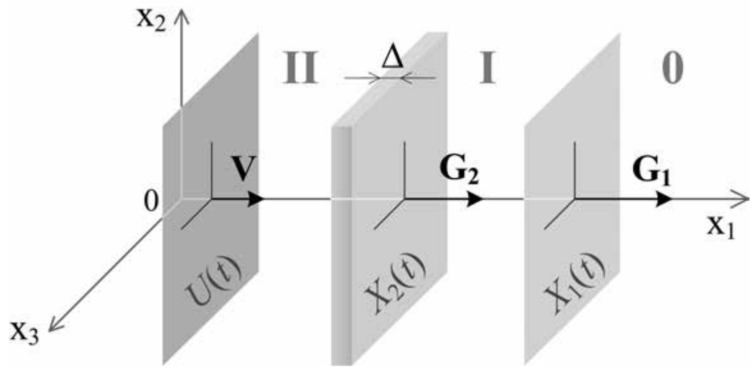

Рис. 1. Схема решения одномерной нестационарной краевой задачи о косом ударе по границе нелинейно-упругого полупространства

с решением в области **II**, **V**(t), $\mathbf{G}_i(t)$ – скорости движения поверхностей U(t) и $X_i(t)$ соответственно (i = 1, 2).

При решении задачи о нагружении границы сферической полости [19] особое внимание уделено описанию взаимовлияния внешнего и внутреннего решений. Указаны два варианта выбора безразмерных переменных, приводящих во внешней краевой задаче к решению ряда последовательных квазистатических или динамических задач. Показано, что для сращивания решений внешней динамической задачи и внутренней задачи требуется дополнительное дифференциальное уравнение, которое определяет степень влияния волн, отраженных от переднего фронта ударной волны, на внешнее решение. Этот эффект отличает задачу с ненулевой кривизной волнового фронта от сходных задач о плоских ударных волнах.

Для краевой задачи об ударном нагружении границы круговой цилиндрической полости в предварительно недеформированной несжимаемой нелинейно-упругой среде построены два варианта решения [17], основанные на методе сращиваемых асимптотических разложений [16, 20, 21] и лучевом методе [26]. Показано, что граничная нагрузка, вызывающая движение точек среды по винтовым траекториям, приводит к появлению в среде единственной плоскополяризованной расходящейся ударной волны, изменяющей квадрат интенсивности воздействия и сохраняющей его первоначальное направление. Решение внешней задачи метода сращиваемых асимптотических разложений вблизи нагружаемой границы строилось методом последовательных приближений. Внутренняя задача метода возмущений в окрестности ударной волны задавалась общим решением системы эволюционных уравнений для функций, определяющих квадрат интенсивности и направление импульсного воздействия; выбор частного решения этой системы позволил определить поле перемещений и деформаций. При построении решения задачи в виде лучевых рядов обнаруженная неизменность направления сдвига на ударной волне и выбор специального вида основных неизвестных функций позволили записать уравнения затухания в максимально сжатой форме и сократить количество независимых уравнений.

Динамика деформирования упругих разносопротивляющихся сред

Следующее направление научных интересов коллектива авторов связано с изучением динамики деформационного поведения разносопротивляющихся материалов – твердых сред с переменными модулями упругости, зависящими от типа и уровня нагрузки. В реальности такие материалы существуют как в природной форме (грунты, микроразрушенные горные породы, пористые и связные сыпучие среды), так и в современной промышленности (различные сплавы, пенометаллы, волокнистые композиты и т.п.). Наиболее существенно свойство разносопротивляемости проявляется в процессах динамического деформирования таких материалов, поскольку даже в простейших одномерных вариантах модельных соотношений [15, 22] характеристические скорости принимают разные значения при различном уровне и направлении нагрузки. Это, в свою очередь, вызывает определенные трудности при решении нестационарных краевых задач, для преодоления которых авторами предложены алгоритмические подходы [5, 6, 13], позволяющие строить точные и приближенные решения задач одномерной динамики деформирования упругих разносопротивляющихся сред.

Первый предложенный алгоритм [6] предназначен для построения точных решений и основан на согласовании формы краевого условия с заданными характеристиками возникающего ударного волнового фронта. На базе такого подхода получены новые аналитические решения нестационарных одномерных краевых задач ударного деформирования разномодульной упругой среды, ограниченной сферой. Так, с помощью алгоритма [6] удалось ответить на вопрос, какими должны быть граничные перемещения, чтобы при радиальном нагружении разномодульной сферы в режиме «растяжение – сжатие» возникла ударная волна с постоянной скоростью. На рис. 2, *а* показано такое краевое условие на сферической границе R, где $u_r(R, t)$ – функция перемещения граничных точек с заданной (*1*) и вычисленной (*2*) ветвями, t* – момент смены направления нагрузки с растяжения на сжатие. Рис. 2, *б* схематически изображает волновую картину в пространстве радиальной координаты r, где r_b – фронт растяжения со скоростью **b**, r* – ударная волна сжатия с постоянной скоростью **G** (|**G**| > |**b**|), **0** – недеформированная область, **I**, **II** – зоны растяжения и сжатия соответственно.

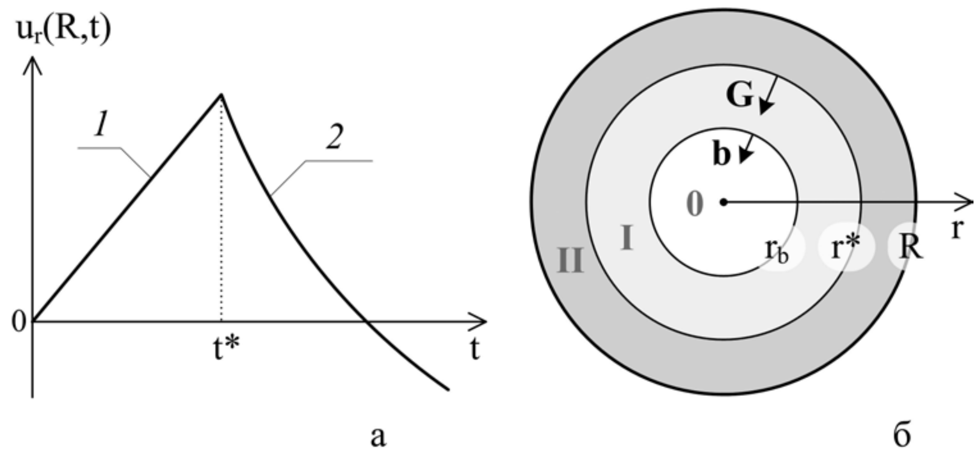

Рис. 2. Нестационарное радиальное деформирование разномодульной упругой сферы

Второй предложенный алгоритм [5, 13] основан на замене гладкого краевого условия его кусочно-линейной аппроксимацией и предназначен для приближенного решения одномерных нестационарных задач динамики деформирования упругих разномодульных сред. Такой подход позволяет перейти к связанной последовательности квазистатических задач, аналитические решения которых в совокупности и будут составлять приближение нелинейного решения исходной задачи. При помощи алгоритма [5, 13] исследованы процессы возникновения, движения и взаимодействия плоских одномерных волн деформаций в разномодульном упругом полупространстве, подверженном нагружению в режиме «растяжение – сжатие». На рис. 3, *а* показан пример краевого условия такой задачи, где гладкая функция граничных перемещений u(0, t) обозначена пунктирными линиями F(t), а ее кусочно-линейная аппроксимация – сплошными линиями f(t), t* –

момент возникновения ударной волны при переходе от растяжения к сжатию. Рис. 3, *б* схематически отображает приближенное кусочно-непрерывное решение задачи в виде диаграммы волновых фронтов в характеристическом пространстве {x, t}, где a – быстрые фронты сжатия, b – медленные фронты растяжения, S – кусочно-линейное приближение фронта ударной волны, **0**, **I**, **II** – недеформированная, растянутая и сжатая зоны соответственно.

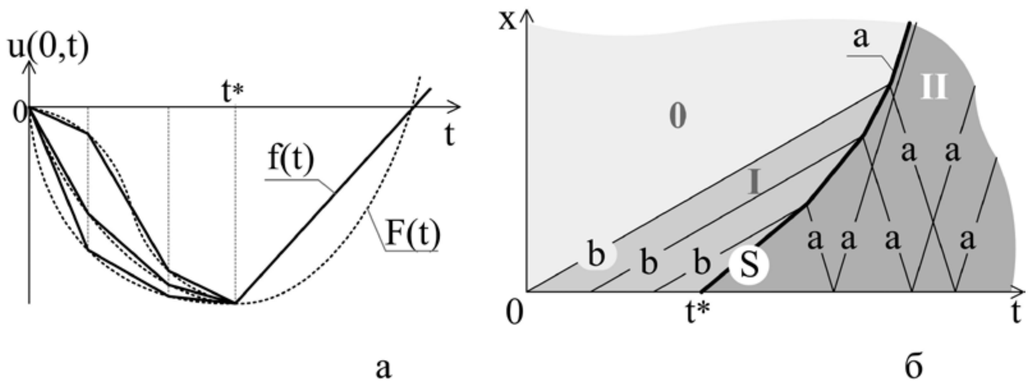

Рис. 3. Краевые условия и диаграмма решения одномерной задачи о нагружении разномодульного упругого полупространства в режиме «растяжение – сжатие»

Помимо одномерной динамики, изучались особенности динамики плоского деформирования разномодульной упругой среды [15]. Результаты в этом направлении получены путем численного решения двумерных автомодельных задач [4, 8]: о косом отражении плоской ударной волны от жесткой преграды в разномодульной среде; о ступенчатой нагрузке, бегущей по границе разномодульного упругого полупространства. Постановка задач предварялась теоретическим анализом возможных типов плоских ударных волн в рамках выбранных модельных соотношений. На основе серии вычислительных экспериментов показано, что ударный или слабый характер волновых фронтов существенно зависит не только от краевых условий задачи, но и от упругих констант модели [15].

Нестационарная упругая динамика и кинематика упругопластической среды с предварительными обратимыми и необратимыми деформациями

Исследования в данном направлении проводятся коллективом авторов сравнительно недавно, однако даже за этот короткий период удалось достигнуть ряда важных результатов, направленных на расширение возможностей мультипликативной градиентной модели больших упругопластических деформаций [24]. В настоящее время эта модель успешно используется для описания медленных квазистатических процессов пластического деформирования [2], однако возможность ее применения для моделирования быстрых процессов динамики ударного деформирования требует дополнительного изучения. Необходимость таких исследований диктуется исключительно высокими современными требованиями к точности результатов обработки элементов конструкций на основе лазерных, тепловых, механических и химических воздействий. Все перечисленные технологии связаны с появлением в обрабатываемых объектах необратимых деформаций и областей остаточных напряжений, влияющих на итоговую геометрию и прочность конструкции. Традиционные линейные упругопластические модели, основанные на приближении линейных деформаций, не позволяют раздельно описать актуальную и отсчетную конфигурации среды и не учитывают взаимодействие упругих и необратимых деформаций. Наиболее существенно такой недостаток проявляется при моделировании высокоскоростных механических воздействий. Далее представим оригинальные подходы [7, 11, 12, 18, 25], позволяющие использовать модель [24] для исследования нестационарных упругих динамических процессов в упругопластической среде с предварительными обратимыми и необратимыми деформациями, а также расширяющие ее возможности на случай пластического упрочнения.

Основой первого подхода является учет в модельных соотношениях [24] промежуточной конфигурации, разделяющей процесс деформирования на исходную квазистатику и динамику упругой разгрузки или последующего упругого нагружения. Использование данного подхода позволило получить ряд точных решений задач о движении плоских, сферических и цилиндрических упругих ударных волн в среде с предварительными пластическими деформациями [7, 11, 12, 18]. На примере таких задач показано, что скорости и типы возникающих ударных волн на упругой динамической стадии полностью повторяют волновую картину для нелинейно-упругой среды, а условия совместности разрывов не зависят от пластического поля. Кроме того, на основе учета промежуточной конфигурации разработан общий алгоритм вычисления перераспределения исходных необратимых деформаций за счет жесткого переноса и вращения тензора пластических деформаций в упругом динамическом процессе. На рис. 4 схематически изображена последовательность состояний частицы деформируемой упругопластической среды с учетом промежуточной конфигурации, где $\mathbf{F}$ – отображение из начального состояния ($t = 0$) в промежуточную конфигурацию ($t = t^*$), соответствующую предварительной статике или квазистатике, $\mathbf{Y}$ – переход от промежуточной к актуальной конфигурации ($t > t^*$) за счет дополнительного динамического упругого деформирования, $\mathbf{r}^o$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{r}$ – радиус-векторы частицы среды в начальной, промежуточной и актуальной конфигурации соответственно, $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{h}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{u}^o(\mathbf{r} - \mathbf{h}(\mathbf{r}, t))$ – итоговое перемещение частицы среды ($\mathbf{u}^o$ – предварительное статическое поле перемещений, $\mathbf{h}$ – добавочное упругое динамическое поле перемещений), темные области схематически изображают пластические деформации и их последующее вращение.

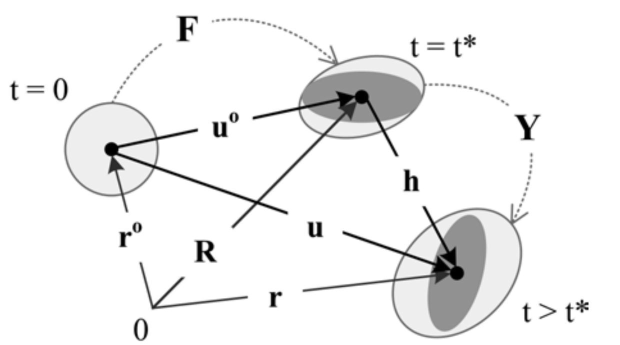

Рис. 4. Деформация частицы упругопластической среды с учетом промежуточной конфигурации

Следующим шагом в направлении развития модели больших упругопластических деформаций [24] стал тщательный пересмотр ее кинематических соотношений. Отказавшись от ряда упрощающих предположений, изначально принятых в [24], удалось выделить новую компоненту тензора пластического вихря, ненулевую на стадии активного пластического течения только при несоосности тензора напряжений и тензора скоростей пластических деформаций. Данный результат, изложенный в [25], расширяет область применения модели [24] на случай пластически упрочняющихся материалов, поскольку позволяет перейти от идеальнопластических законов к более общим законам пластического течения (таким, например, как анизотропное (трансляционное) упрочнение или учет вязких свойств на стадии упругой деформации).

Заключение

Представленные в статье результаты изложены нами весьма кратко и, безусловно, не отражают в полной мере весь спектр научных интересов лаборатории нелинейной динамики деформирования ИАПУ ДВО РАН. Динамические волновые процессы окружают человека повсюду и имеют место практически в любой области современной физики и механики. Значительная часть таких процессов воспринимается человеком как привычный повседневный фон бытового существования. Поиск ответа на неизменный вопрос «Почему этот процесс/явление происходит именно так?», которым занимается фундаментальная наука, открывает новые возможности для повышения уровня комфорта и безопасности, создания современных технологий, совершенствования взаимодействия человека с окружающей средой. Традиционно связывая свои усилия с одним из наиболее интересных и наиболее сложных разделов современной волновой механики – моделированием нестационарных волн деформаций в сплошных твердых телах, наш коллектив ставит перед собой новые задачи, стремится к расширению области моделирования за счет перехода к новым моделям механики твердого тела. Представленные здесь результаты последних лет дают нам уверенность в том, что самые интересные задачи у нас всегда впереди.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бленд Д.Р. Нелинейная динамическая теория упругости. М.: Мир, 1972. 183 с.
2. Буренин А.А., Ковтанюк Л.В. Большие необратимые деформации и упругое последействие. Владивосток: Дальнаука, 2013. 312 с.
3. Быковцев Г.И., Ивлев Д.Д. Теория пластичности. Владивосток: Дальнаука, 1998. 528 с.
4. Дудко О.В., Манцыбора А.А. Динамика плоских деформаций в разномодульных изотропно-упругих средах // Сиб. журн. индустр. математики. 2021. Т. 24, № 1. С. 18–31.
5. Дудко О.В., Лаптева А.А., Рагозина В.Е. Нестационарные одномерные динамические задачи разномодульной упругости с кусочно-линейной аппроксимацией краевых условий // Вестн. ПНИПУ. Механика. 2019. № 4. С. 37–47.
6. Дудко О.В., Рагозина В.Е. О движении ударных волн с постоянной скоростью в разномодульных упругих средах // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2018. № 1. С. 134–144.
7. Дудко О.В., Рагозина В.Е. О динамике разгрузки и упругих волнах в среде с предварительно накопленными пластическими деформациями // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2019. № 3. С. 41–53.
8. Дудко О.В., Манцыбора А.А. Численное исследование влияния материальных констант разномодульной упругой среды на решения плоских автомодельных задач ударного деформирования // Вестн. ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2020. № 3 (45). С. 180–189.
9. Иванова Ю.Е., Рагозина В.Е. Метод возмущений в задаче о сжимающе-сдвиговой ударной нагрузке для нелинейно-упругого полупространства // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2018. № 1. С. 89–102.
10. Куликовский А.Г., Свешникова Е.И. Нелинейные волны в упругих средах. М.: Моск. лицей, 1998. 412 с.
11. Кульчин Ю.Н., Рагозина В.Е., Дудко О.В. О распространении упругих возмущений в среде с большими необратимыми предварительными деформациями // ДАН. 2019. Т. 484, № 5. С. 547–549.
12. Кульчин Ю.Н., Рагозина В.Е., Дудко О.В. Учет влияния полей остаточных деформаций в современных физико-механических технологиях обработки конструкционных материалов // Письма в Журнал технической физики. 2019. Т. 45, вып. 1. С. 27–30.
13. Лаптева А.А., Рагозина В.Е., Дудко О.В. Кусочно-линейная аппроксимация краевых условий и решений в задачах одномерной нестационарной динамики разномодульных упругих сред // Вестн. ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2020. № 4 (46). С. 36–46.
14. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1980. 512 с.
15. Мясников В.П., Олейников А.И. Основы механики гетерогенно-сопротивляющихся сред. Владивосток: Дальнаука, 2007. 172 с.
16. Найфэ А.Х. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984. 535 с.
17. Рагозина В.Е., Иванова Ю.Е. Некоторые приближенные решения динамической задачи ударной осесимметричной деформации предварительно ненапряженной несжимаемо-упругой среды // Сиб. журн. индустр. математики. 2020. Т. 23, № 4. С. 126–143.

18. Рагозина В.Е., Дудко О.В. Некоторые свойства упругой динамики среды с предварительными большими необратимыми деформациями // Сиб. журн. индустр. математики. 2019. Т. 22, № 1. С. 90–103.

19. Рагозина В.Е., Иванова Ю.Е. О различных возможностях описания сферически симметричных ударных волн в упругой среде в терминах асимптотических рядов // Вестн. ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2017. № 3 (33). С. 16–27.

20. Рагозина В.Е., Иванова Ю.Е. Об ударной деформации несжимаемого полупространства под действием сдвигающей нагрузки переменного направления // Сиб. журн. индустр. математики. 2014. Т. 17, № 2 (58). С. 87–96.

21. Рагозина В.Е., Иванова Ю.Е. Об эволюционных уравнениях задач ударного деформирования с плоскими поверхностями разрывов // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2, № 3. С. 82–95.

22. Садовский В.М., Садовская О.В. Анализ деформации пористой среды с учетом схлопывания пор // Прикл. механика и техн. физика. 2016. Т. 57, № 5 (339). С. 53–65.

23. Томас Т. Пластическое течение и разрушение в твердых телах. М.: Мир, 1964. 308 с.

24. Шитиков А.В., Быковцев Г.И. Конечные деформации упругопластических сред // ДАН СССР. 1990. Т. 311, № 1. С. 59–62.

25. Kulchin Yu.N., Ragozina V.E., Dudko O.V. Nonstationary axisymmetric elastic processes in an incompressible medium with preliminary finite irreversible deformations // Phys. Mesomech. 2020. Vol. 23, iss. 5. P. 390–401.

26. Rossikhin Yu.A., Shitikova M.V. Ray method for solving dynamic problems connected with propagation of wave surfaces of strong and weak discontinuities // Appl. Mech. Rev. 1995. Vol. 48, iss. 1. P. 1–39.